

RANCANGAN POLA KARPET WAJIK MODEL FRAKTAL KOMPOSISI EMPAT COLLAGE BERBASIS MULTI-OBJEK

Tedjo Darmanto¹, Dimas Nuryadin², Aditya Mahiphal³

^{1,2,3} Universitas Islam Nisantara, Indonesia

e-mail : tedjodarmanto@uninus.ac.id

Abstract: Carpet pattern design can be built in the fractal model by composing collage components such as in diamond form. By multi-object designing techniques, both in overlapped and non-overlapped models of two objects, the attractive carpet design can be built in several phases, it depends on the need for pattern density, including the inversion colors version. In this paper, the obtaining way of the non-overlapped model up to phase-4 and the overlapped model up to phase-3 are discussed.

Keywords: Diamond Pattern of Carpet, Fractal Model, Four Collage Composition, Multi-Object, Non-Overlapped and Overlapped Models.

Abstrak: Rancangan pola karpet dapat dirancang dalam model fraktal dengan menggunakan komposisi komponen *collage* sedemikian yang membentuk obyek seperti bentuk wajik. Teknik perancangan multi-obyek baik model *non-overlap* maupun model *overlap* dari dua obyek dapat menghasilkan rancangan pola karpet wajik yang menarik yang dilakukan dalam beberapa fase, tergantung kebutuhan seberapa rapat pola yang diinginkan, termasuk versi warna inversi. Pada makalah ini dibahas cara memperoleh rancangan pola karpet wajik model *non-overlap* sampai fase-4 dan model *overlap* sampai fase-3.

Kata kunci: Pola Karpet Wajik, Model Fraktal, Komposisi Empat Collage, Multi-Obyek, Model Non-Overlap dan Overlap.

Copyright (c) 2024 The Authors. This is an open access article under the CC BY-SA 4.0 license (<https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>)

PENDAHULUAN

Dalam dunia seni dan informatika, fraktal adalah konsep yang memikat dan menakjubkan. Konsep ini mengajarkan kita bahwa keindahan dan kompleksitas dapat muncul dari pengulangan sederhana. Salah satu bentuk penerapan fraktal yang menarik adalah dalam rancangan pola karpet wajik model fraktal komposisi empat collage berbasis multi-obyek (Baxramov, 2022). Dalam artikel ini, kita akan membahas konsep ini dengan lebih mendalam, menggali apa yang membuatnya menarik, serta bagaimana hal ini dapat memberikan kontribusi pada pendidikan.

Fraktal adalah bentuk geometris atau gambar yang terdiri dari bagian-bagian yang menyerupai keseluruhannya (Alam & Surya, 2017). Ini berarti, bahkan ketika kita memperbesar atau memperkecil bagian-bagian fraktal, pola tersebut tetap

mempertahankan karakteristik yang sama dengan gambar utuhnya. Pola fraktal sangat umum dijumpai dalam alam, seperti pola awan, pohon, atau bentuk kristal.

Sedangkan Pola karpet wajik adalah contoh nyata penerapan konsep fraktal. Ini adalah pola geometris yang terdiri dari pengulangan berulang-ulang dari bentuk wajik. Ketika bentuk wajik tersebut dibagi menjadi empat bagian dan setiap bagian diisi dengan bentuk yang serupa, maka terbentuklah model komposisi empat collage berbasis multi-obyek (Darmanto, 2018a). Hasilnya adalah pola yang terus berulang dengan berbagai skala.

Beberapa peneliti telah melakukan penelitian tentang rancangan pola, khususnya pola simetris dan pola pengubinan serta dekorasi artistik. Rossi, M. melakukan penelitian yang mengungkapkan bentuk simetri *snowflake* yang unik tergantung kondisi atmosfer tertentu seperti suhu dan kelembaban, tetapi umumnya berbentuk heksagonal. Proses pertumbuhan kristal *snowflake* membentuk pola ubin tergantung ruang yang tersedia dengan mempertahankan sifat simetri, sehingga berbentuk unik (Rossi, M. 2006). Darmanto, T. membangun citra artistik menggunakan multi-obyek model fraktal berdasarkan metoda pencerminan. (Darmanto, T, 2014). Darmanto, T. membuat rancangan pola ubin berdasarkan model fraktal IFS berdasarkan pendekatan rotasi, pencerminan komponen *collage* empat ubin (Darmanto, T. 2015). Nitica, V. melakukan penelitian tentang pengubinan kuadran dari keluarga ubin persegi-empat dengan pola persegi-empat termasuk pengubinan persegi-empat yang tidak sesuai pola persegi-empat (Nitica, V. 2016). Mammaev, M.M. melakukan penelitian tentang prinsip dan metoda yang digunakan oleh pemotong batu, kaligrafer dan ornamentalis dalam hal dekorasi *headstone* yang berpola simetris atau relatif simetris antara sisi kanan dan kiri dengan latarbelakang ornamen flora (Mammaev, M.M. 2017).

Yaghan, M.A. mempublikasikan tentang evolusi pola geometris islamik ke depan dari keterbatasan melalui reproduksi pola tradisional dengan contoh pola baru yang menggambarkan konsep simetri pada seni Islam (Yaghan, M.A. 2018). Weichselbaum, H. dkk. melakukan penelitian tentang perbandingan preferensi simetris versus asimetris yang bergantung kepakaran seni individu melalui kuisisioner *implicit association test* dan skala *rate* secara eksplisit (Weichselbaum, H., Leder, H. & Ansorge, U. 2018). Khalili, A. dkk. melakukan analisis dan simulasi pola geometri yang digunakan pada seni *pottery*, dekorasi arsitektur dan tenun karpet yang memberi

kontribusi tren seni pada perioda Islam dengan algoritma *smart* dan *shape grammar* (Khalili, A. dkk. 2019). Soliana, W.M.Z.W. dkk. melakukan penelitian tentang etnomatematis dengan faktor aspek apresiasi seni rancangan pola simetris dan pola berulang pada lukisan Sulaiman Esa (Soliana, W.M.Z.W. dkk. 2020).

Fujita, N. melakukan penelitian tentang pengubinan *quasicrystalline* yang simetris *icosahedral* berdasarkan *rhombohedra* yang *acute* dan *obtuse* dengan ciri rasio keserupaan diri tertentu, seperti pengubinan Ammann-Kramer-Neri (Fujita, N. 2022). Bormashenko, E. dkk. melakukan penelitian tentang teknik pengubinan poligon terutama bentuk pentagon dari obyek *voronoi tessellation* dan pembahasan *shannon entropy* (Bormashenko, E. dkk. 2022). Monteiro, L.C.P. dkk. melakukan analisis peran dari pakar bidang seni visual tentang nilai preferensi estetis, nilai keindahan dan nilai atraktif dari penampilan bentuk wajah asimetris (Monteiro, L.C.P. dkk. 2022).

Tamas, B. & Barta, A. melakukan penelitian tentang peran kompleksitas stimuli dan *handedness* pada preferensi bentuk simetris dan asimetris visual (Tamas, B. & Barta, A. 2022). Kulakov, V. melakukan penelitian tentang dekorasi komposisi simetris era Viking yang dikelilingi gambar binatang mistis dan burung-burung (Kulakov, V. 2022). Haidar, S. dkk. melakukan eksperimen rancangan tentang pengubinan *penrose* dan analisis pola mawar lima titik (bunga *peony*) dan elemen-elemennya, seperti garis lengkung daun dan bunga yang estetis dengan ciri simetris dan dengan pola berulang melalui metoda *rosette* yang diketemukan sebagai pola flora Islamik (Haidar, S. dkk. 2023). Darmanto, T. dkk. membuat rancang bangun karya seni pola ubin melalui model fraktal dari pola dua dan tiga garis generik dengan teknik refleksi horizontal-vertikal dan diagonal (Darmanto, T. dkk. 2023).

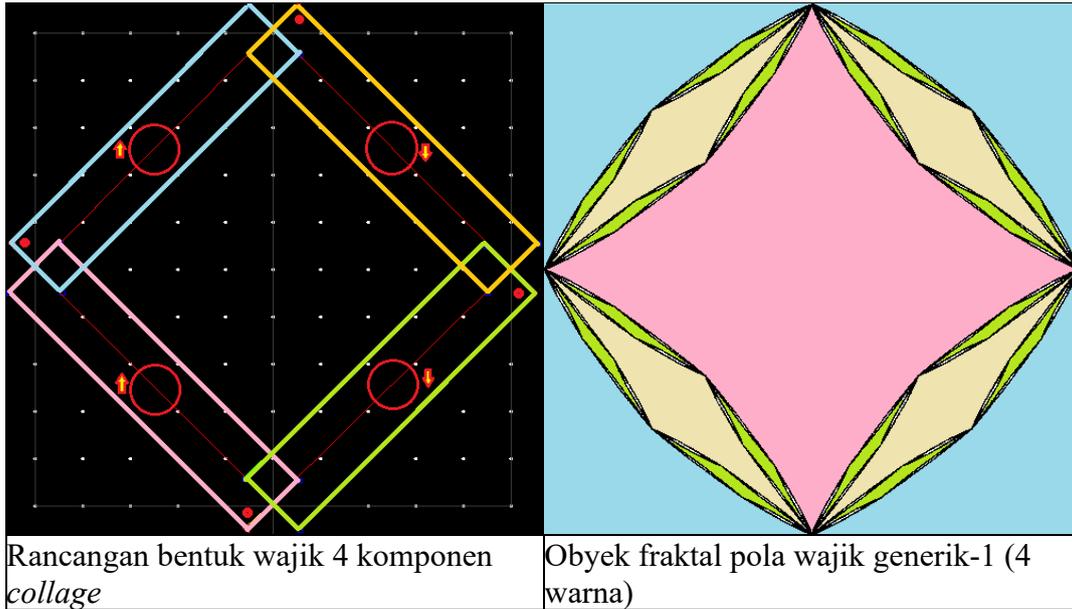
Penting untuk memahami bahwa rancangan pola karpet wajik model fraktal komposisi empat collage bukan hanya tentang menggambar atau membuat pola semata. Konsep ini memperluas cara berpikir kita dan melibatkan pemahaman tentang informatika, seni, dan kreativitas dalam satu wadah. Melalui pendekatan ini, kita dapat merasakan keajaiban informatika dan seni dalam satu pengalaman yang berharga.

METODE

Rancangan obyek model fraktal dapat dibuat melalui salah satunya adalah model *iterated function system* atau IFS yang menggunakan fungsi iteratif untuk memetakan titik citra berdasarkan posisi titik citra sebelumnya sesuai transformasi *affine*.

Transformasi *affine* terdiri dari kumpulan operasi matematis, seperti skala, translasi, deformasi dan rotasi terhadap satu titik acuan yang disebut *centroid*. Untuk membuat rancangan obyek model fraktal versi IFS diperlukan komposisi minimal dua komponen *collage* (Darmanto, 2016).

Untuk membuat pola wajik yang dapat digunakan untuk pola karpet pada penelitian ini menggunakan empat komponen *collage* berbentuk persegi-empat yang bersudut relatif terhadap arah horizontal dan vertikal yang saling terkait pada empat titik temu sesuai arah mata angin. Komponen pertama dibuat mulai dari titik Selatan mengarah ke Barat, komponen kedua mulai dari titik Barat mengarah ke Utara, komponen ketiga mulai dari titik Utara mengarah ke Timur dan komponen keempat mulai dari titik Timur kembali mengarah ke Selatan, sehingga membentuk pola wajik, seperti dapat dilihat pada gambar-1 sebelah kiri. Model fraktal IFS menggunakan representasi obyek berbentuk kumpulan koefisien transformasi *affine* yang terdiri dari enam koefisien atau enam faktor, mulai dari koefisien-**a** sampai koefisien-**f**. Untuk keseimbangan kerapatan titik titik yang membentuk obyek fraktal diperlukan faktor probabilitas komponen sebagai faktor ketujuh yang dalam hal ini bernilai sama, yaitu 0.25, karena terdiri dari empat komponen. Representasi hasil rancangan obyek pola wajik empat *collage* yang disebut kode IFS dapat dilihat pada tabel-1 yang terdiri dari empat baris dan tujuh kolom. Dari hasil rancangan empat *collage* pola wajik pada gambar-1 sebelah kiri, dapat dihasilkan obyek fraktal pola wajik melalui *decoding* kode IFS pada tabel-1 dengan menggunakan algoritma iterasi acak seperti dapat dilihat pada gambar-1 sebelah kanan. Dari tampilan tersebut, ciri fraktal yaitu keserupaan-diri tampak jelas, sesuai posisi dari komposisi komponen *collage*.



Rancangan bentuk wajik 4 komponen collage

Obyek fraktal pola wajik generik-1 (4 warna)

Gambar 1. Hasil rancangan 4 collage pola wajik beserta obyek fraktal yang dihasilkannya.

Tabel 1. Hasil Probabilitas.

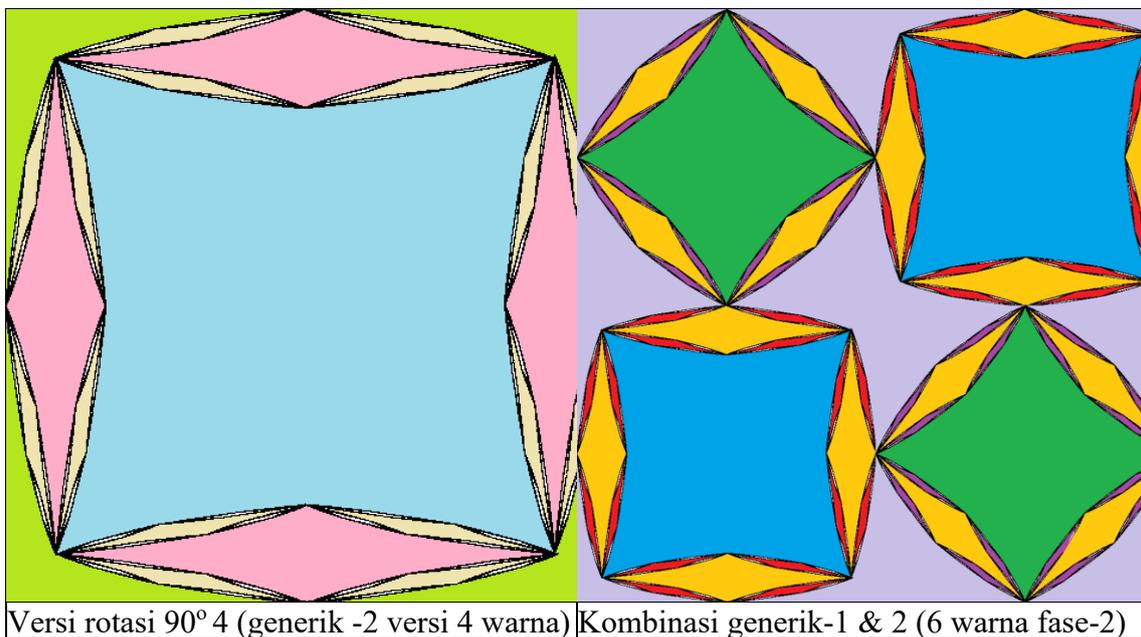
a	b	c	d	e	f	Probabilitas
0.1	0.5	-0.1	0.5	0.0	0.0	0.25
0.1	-0.5	0.1	0.5	-0.5	-0.5	0.25
-0.1	-0.5	0.1	-0.5	0.0	-1.0	0.25
-0.1	0.5	-0.1	-0.5	0.5	-0.5	0.25

HASIL DAN PEMBAHASAN

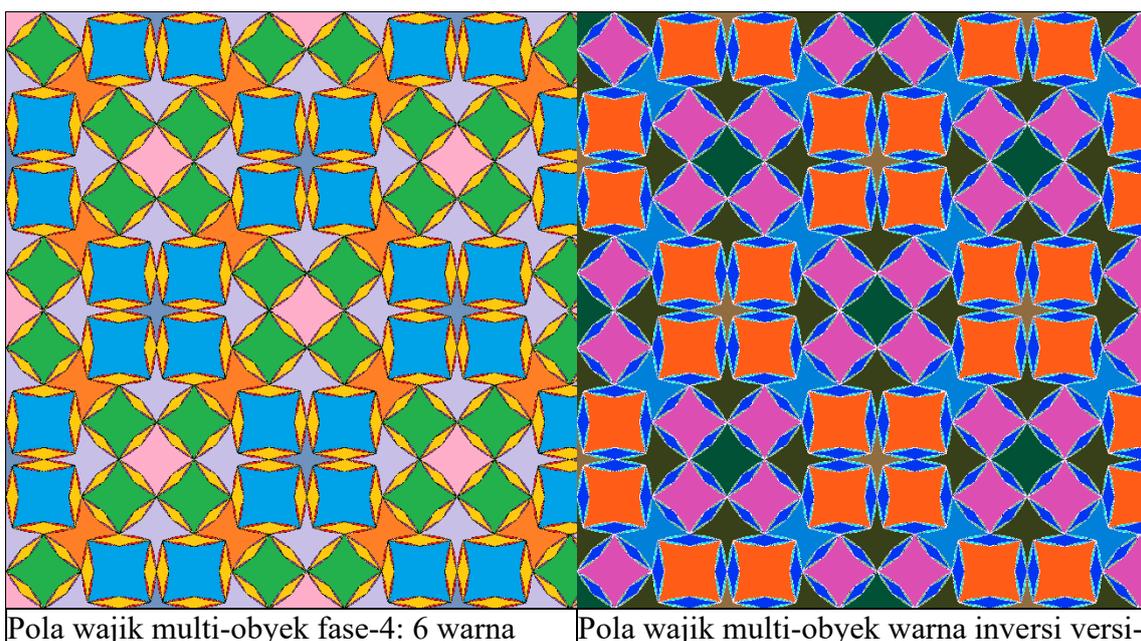
Hasil

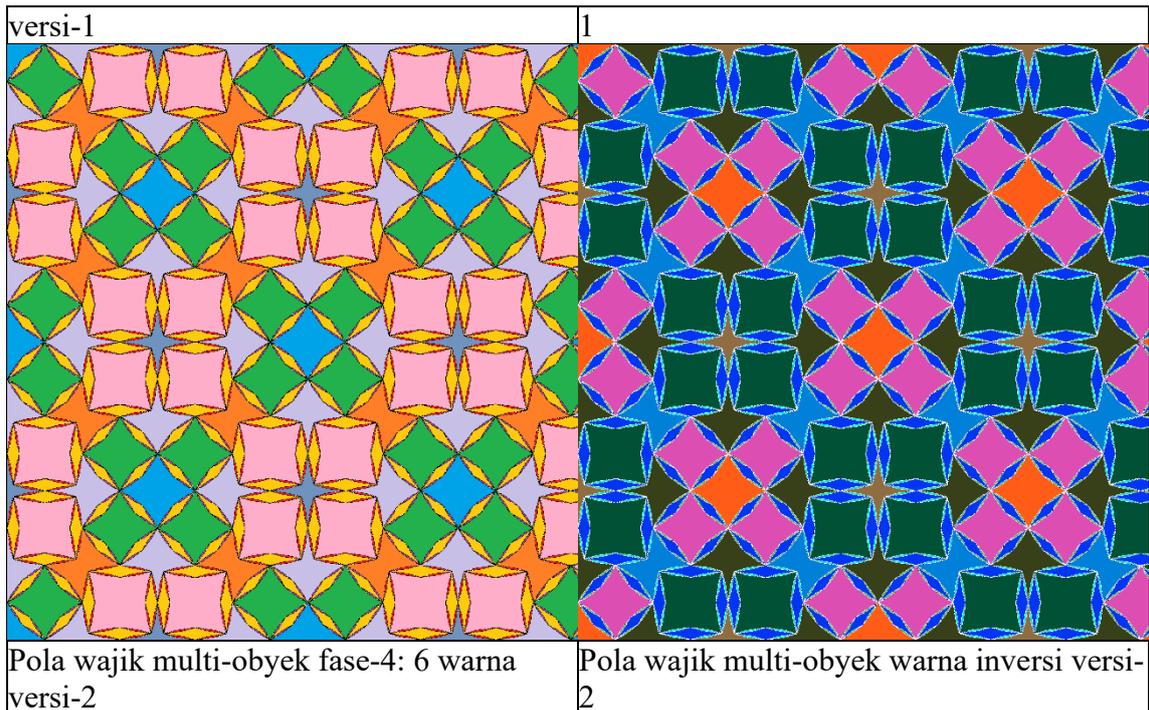
Dengan memanfaatkan operasi transformasi *affine* terhadap kode IFS obyek pola wajik versi-1 pada table-1 yang merupakan kumpulan koefisien *affine*, maka dapat diperoleh kode IFS modifikasi dengan operasi rotasi 90 derajat kemudian dilakukan normalisasi posisi dan skala dengan operasi *affine* translasi dan skala yang hasilnya seperti pada gambar-2 sebelah kiri berupa obyek wajik versi-2. Agar pola wajik karpet yang dihasilkan lebih atraktif, maka dilakukan komposisi diagonal dua obyek wajik versi-1 dan dua obyek wajik versi-2 untuk menghasilkan versi multi-obyek dengan menggunakan algoritma iterasi partisi-acak (Darmanto, T. 2016), yang hasilnya dapat dilihat pada gambar-2 sebelah kanan yang disebut sebagai rancangan wajik fase-2 sebagai komposisi obyek-obyek fraktal generik fase-1 versi-1 dan versi-2. Jika dilanjutkan dengan cara pengubinan, maka pada fase-3 diperoleh multi-obyek dari komposisi pengubinan empat multi-obyek pola versi-2 yang hasilnya tidak ditampilkan. Selanjutnya multi-obyek pada fase-4 yang merupakan komposisi empat multi-obyek

pengubinan fase-3 dapat diperoleh yang hasilnya dapat dilihat pada gambar-3 sebelah kiri atas dengan pola 6 warna dan sebelah kanan atas adalah versi inversi warna dengan pola inversi 6 warna dari sebelah kirinya, sebagai pola wajik karpet versi-1. Pada versi-2 warna versi-1 sebagian diubah, sehingga diperoleh multi-obyek versi-2 beserta versi inversi warna, seperti dapat dilihat pada gambar-3 sebelah kiri bawah dengan 6 warna dan sebelah kanan bawah dengan 6 warna inversi sebelah kirinya (model *non-overlap*). Selain model *non-overlap* terdapat model *overlap* yang didiskusikan pada bagian pembahasan.



Gambar 2. Generik-2 sebagai hasil rotasi 90° generik-1 dan kombinasi generik-1 & 2.

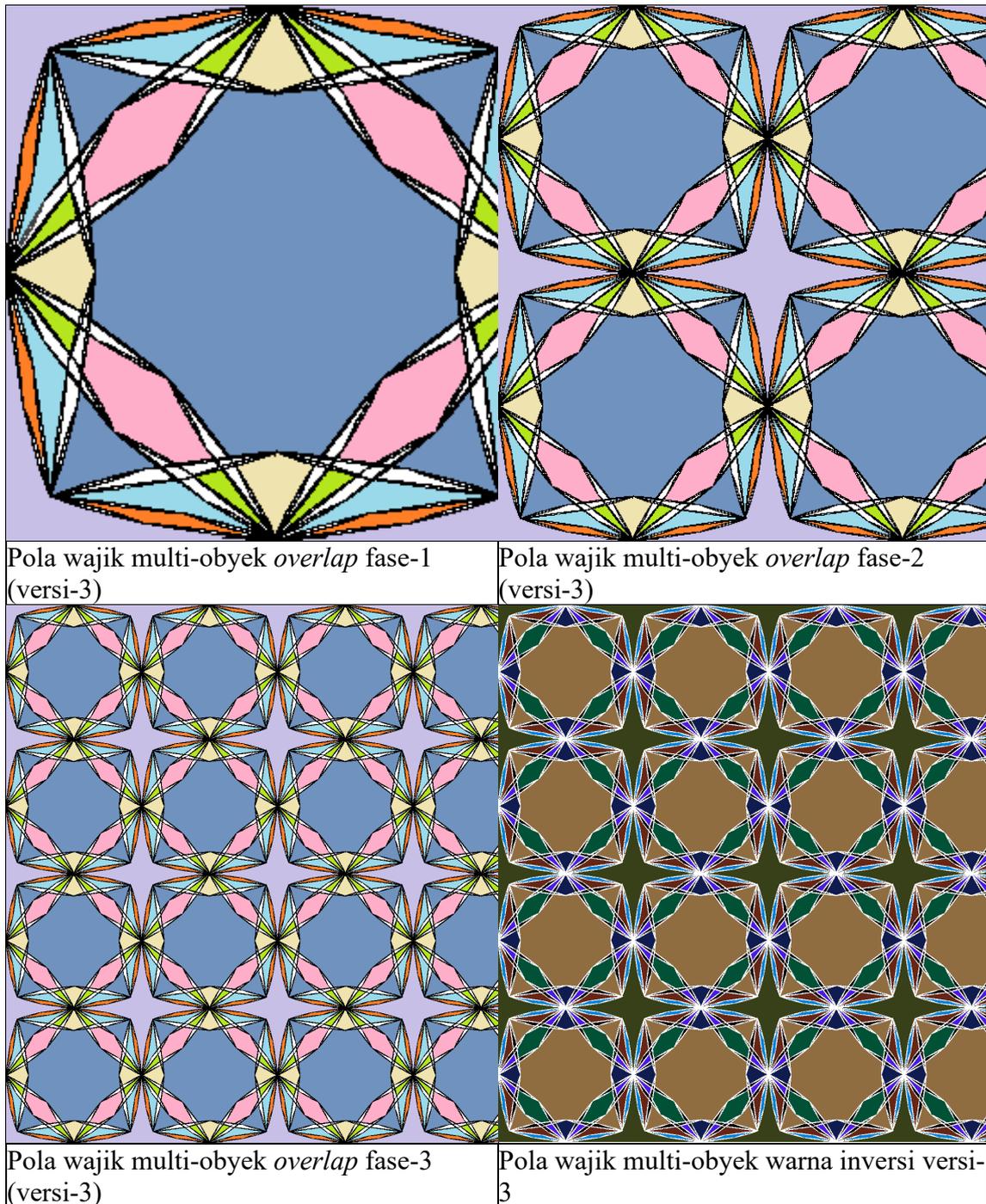




Gambar 3. Dua versi pola 6 warna dari pola wajik karpet pada fase-4 dengan teknik pengubinan empat multi-obyek fase-3 (*non-overlap*).

Pembahasan

Pada pola wajik multi-obyek versi-1 dan versi-2 termasuk versi inversinya perancangan menggunakan teknik rancangan multi-obyek model *non-overlap*. Dengan menggunakan teknik rancangan model *overlap*, obyek fraktal generik-1 dan generik-2 dikomposisikan secara saling tumpang tindih yang hasilnya dapat dilihat pada gambar-4 sebelah kiri atas (fase-1) dan sebelah kanan atas (fase-2). Pada fase-3 model komposisi *overlap* sudah dapat menghasilkan rancangan pola karpet model multi-obyek yang menarik beserta versi inversi warnanya seperti dapat dilihat pada gambar-4 sebelah kiri bawah untuk pola dengan 7 warna dan sebelah kanan bawah untuk pola dengan 7 warna inversi. Secara umum versi inversi warna lebih menarik dan kontras, karena terdapat garis-garis warna putih dibandingkan versi warna tanpa inversi (garis-garis warna hitam).



Gambar 4. rancangan model *overlap* (versi-3) multi-obyek pola karpet wajik fase-1, 2 dan 3 termasuk versi warna inversi.

Dalam eksplorasi seni dan informatika, penelitian mengenai pola karpet wajik model fraktal komposisi empat collage berbasis multi-obyek telah memberikan wawasan menarik tentang keindahan dan kompleksitas struktur fraktal. Fraktal merupakan bentuk geometris yang memiliki pola yang berulang dengan skala yang semakin kecil. Penelitian ini menggali kekayaan estetika dan implikasi matematika

dalam dunia fraktal, membawa pemahaman yang lebih dalam tentang keindahan yang tersembunyi dalam pola-pola yang kompleks (Fraktal, 2017).

Pola karpet wajik fraktal adalah salah satu bentuk paling menarik dalam dunia geometri fraktal. Bentuk ini terdiri dari pola geometris berulang yang membentuk tata letak wajik dengan detail yang semakin halus pada setiap level perulangan. Keunikan pola ini terletak pada cara pola-pola sederhana bergabung membentuk pola yang lebih kompleks, menciptakan harmoni visual yang menarik (Darmanto, 2018b).

Penelitian ini mengeksplorasi komposisi empat collage dalam konteks pola karpet wajik fraktal. Komposisi empat collage mengacu pada penggabungan empat segmen wajik fraktal yang berbeda menjadi satu tampilan keseluruhan. Pendekatan ini menunjukkan bagaimana interaksi antara segmen-segmen tersebut menciptakan dinamika visual yang menarik, sementara tetap mempertahankan ciri khas bentuk fraktal.

Lebih menarik lagi, penelitian ini berfokus pada aspek multi-obyek. Ini berarti bahwa bukan hanya satu segmen wajik yang digunakan, tetapi beberapa segmen dengan karakteristik yang berbeda-beda. Konsep multi-obyek ini menambah dimensi kreativitas dalam penelitian, karena menggabungkan berbagai bentuk wajik fraktal yang mungkin memiliki tingkat kompleksitas dan detail yang beragam (Darmanto, 2017).

Hasil penelitian ini memberikan kontribusi yang berharga dalam pendidikan dan estetika. Dalam bidang pendidikan, penelitian ini dapat digunakan untuk mengajarkan konsep fraktal kepada siswa secara visual dan menarik. Penerapan bentuk-bentuk fraktal dalam konteks karpet wajik dan komposisi collage dapat membantu siswa memahami prinsip-prinsip geometri yang lebih kompleks.

Di sisi estetika, penelitian ini mengundang kita untuk lebih memahami keindahan dalam struktur yang tampaknya rumit. Melalui multi-obyek dan komposisi empat collage, penelitian ini mengajarkan tentang harmoni dan kesatuan yang dapat dihasilkan dari kombinasi beragam unsur. Ini dapat merangsang pemikiran kreatif dan penghargaan terhadap keindahan yang tersembunyi di balik kompleksitas (Feranie, 2010).

Penelitian tentang pola karpet wajik model fraktal komposisi empat collage berbasis multi-obyek adalah sebuah pencapaian yang merangkul keindahan informatika dan seni. Dengan menjelajahi struktur fraktal dan menerapkannya dalam

konteks komposisi, penelitian ini memberikan wawasan mendalam tentang estetika dan pendidikan. Sebagai ilustrasi nyata bagaimana informatika dan seni bisa saling melengkapi dan membuka jendela ke dunia keindahan yang tak terhingga.

SIMPULAN

Dengan menggunakan model fraktal teknik perancangan multi-obyek model *non-overlap* dan model *overlap* dapat dirancang pola karpet wajik yang menarik dalam beberapa fase rancangan termasuk versi warna inversi dengan menggunakan algoritma iterasi partisi-acak model fraktal *iterated function system*. Jumlah dan jenis warna dapat disesuaikan dengan kebutuhan, demikian pula jumlah fase rancangan. Pada makalah ini hasil fase-4 versi multi-obyek model *non overlap* dengan 6 warna dan fase-3 versi multi-obyek model *overlap* dengan 7 warna sudah dapat menghasilkan rancangan pola karpet wajik yang menarik.

DAFTAR RUJUKAN

- Alam, S., & Surya, E. (2017). Miniaturisasi Antena Mikrostrip dengan Desain Fraktal untuk Aplikasi Global Positioning System. *Jurnal Kajian Teknik Elektro*, 2(2), 71–77.
- Baxramov, M. (2022). FRAKTALLAR. FRAKTAL MODELLASHTIRISH ASOSLARI. *Oriental Art and Culture*, 3(2), 190–193.
- Bormashenko, E., Legchenkova, I.V., Frenkel, M., Shvalb, N. & Shoval, S. (2022). Voronoi Tessellations and the Shannon Entropy of Pentagonal Tilings. *MDPI Entropy*, 25, 92. Doi: 10.3390/e25010092
- Darmanto, T. (2014). Building Symmetrical Art Image by Multi-object of Fractal Model based on Mirroring Methods. Seminar Nasional Ilmu Pengetahuan dan Teknologi Jenderal Achmad Yani. (SNIJA 2014). https://researchgate.net/publication/331682401_Building_Symmetrical_Art_Image_by_Multi-object_of_Fractal_Model_based_on_Mirroring_Methods.pdf
- Darmanto, T. (2015). Tiling Pattern Design of IFS Fractal Model as an Art by Tiling Technique - based on Rotating and Mirroring Collages in Four Tiles of Design Approach. https://researchgate.net/publication/331682569_Tiling_Pattern_Design_of_IFS_Fractal_Model_as_an_Art_by_Tiling_Technique.pdf
- Darmanto, T. (2016). “Animating Fractal of Things: Based on IFS Fractal Model”, Lambert Academic Publishing, ISBN: 978-3-659-86851-1, OmniScriptum GmbH & Co.KG

- Darmanto, T., Sopandi, R. & Yunirwan, H. (2023). "Rancang Bangun Karya Seni Pola Ubin Model Fraktal dari Pola Dua dan Tiga Garis Generik dengan Teknik Refleksi Horizontal-Vertikal dan Diagonal". *Jurnal Edusaintek*, e-ISSN: 2655-3392, Vol-3.
- Darmanto, T. (2017). Perancangan Motif Batik Dengan Model Fraktal IFS. *LPPM - Unjani : CIMAHI.*, 2017.
- Darmanto, T. (2018a). Pembangkitan Gambar Simetris Artistik Model Fraktal IFS Teknik Rotasi Kuadran. *MIND (Multimedia Artificial Intelligent Networking Database) Journal*, 3(1), 24–36.
- Darmanto, T. (2018b). Perancangan Motif Batik Model Fraktal IFS. *JUMANJI (Jurnal Masyarakat Informatika Unjani)*, 1(1), 60–73.
- Feranie, S. (2010). Pemodelan Struktur Pori Dari Batuan Geologi Dengan Fraktal. *Berkala Fisika*, 12(3), 91–96.
- Fujita, N. (2022). Dualized Amman-Kramer-Neri Tiling. 10th International Conference on Aperiodic Crystals. IOP Publishing Journal of Physics 2461, 012007. Doi: 10.1088/1742-6596/2461/1/012007
- Fraktal, G. (2017). Pengembangan bahan ajar geometri fraktal berbasis eksperimen untuk meningkatkan kompetensi mahasiswa. *Cakrawala Pendidikan*, 1.
- Haidar, S., Zou, F. & Li, X. (2023). An Analytical Studi of Five-Pointed Islamic Floral Patterns and An Experimental Design using Penrose Tiling. *Shedet*, 10, 227-245
- Khalili, A., Soltanzadeh, H. & Ghoddusifar, S.H. (2019). Algorithmic Comparison of "Shamsah" in Iranian Architechture Pottery. *International Journal of Applied Arts Studies* 3(4), 7-22. https://researchgate.net/publication/358675269_Algorithmic_Comparison_of_Shamsah_in_Iranian_Architechture_Pottery.pdf
- Kulakov, V. (2022). Origin of Symmetrical Composition in Decorative Art of Viking Age. Doi: 10.35785/2072-9464-2022-57-1-178-186. https://researchgate.net/publication/3617333387_Origin_of_Symmetrical_Composition_in_Decorative_Art_of_Viking_Age.pdf.
- Mammaev, M.M. (2017). Symmetry and Asymmetry in Forms and Decorative Finish of Muslim GraveStones of the 14th – 15th Centuries in The Village of Kubachi. *Journal Herald of the Institute of History*. Dagestan Scientific Center of Russian Academy of Sciences.
- Monteiro, L.C.P., Nascimento, V.E.F.d., Carvalho da Silva, A, Miranda, A.C., Aouza, G.S. & Ripardo, R.C. (2022). The Role of Art Expertise and Symmetry on Facial Aesthetic Preferences. *MDPI Symmetry*, 14,423. Doi: 10.3390/sym14020423
- Nitica, V. (2016). On Tilings of Quadrants and Rectangles and Rectangular Pattern. *Open Journal of Discrete Mathematics*, 6, 351-371. Doi: 10.4236/ojdm.2016.64028

- Rossi, M. (2006). Why are Snowflakes Symmetrical. Scientific American.
- Soliana, W.M.Z.W., marzuki, I., Rushana, S. & Hafiza, G.N. (2020). The Symmetry Analysis in Sulaiman Esa Paintings Through Islam (2021). 8th International Conference on Advanced Materials Engineering & Technology. AIP Conference Proceeding, 2347,020133-1-020133-8. Doi: 10.1063/5.0052186
- Sulaiman, R., Redhuan, M. & Husain H. (2020). Symmetrical Design Analysis of Malay Arts in Ethnomathematics Context. *IJARBSS*, Vol-10, No-9. Doi: 10.6007/IJARBSS/v10-i9/7984
- Tamas, B. & Barta, A. (2022). The Role of Stimuli Complexity and Handedness on Visual Symmetry and Asymmetry Preference. *European Journal of Behavioral Sciences*. https://researchgate.net/publication/360144523_The_Role_of_Stimuli_Complexity_and_Handedness_on_Visual_Symmetry_and_Asymmetry_Preference.pdf
- Weichselbaum, H., Leder, H. & Ansorge, U. (2018). Implicit and Explicit Evaluation of Visual Symmetry as a Function of Art Expertise. *Sage I-Perception*, 1-24. Doi: 10.1177/ 2041669518761464
- Yaghan, M.A. (2018). New Islamic Pattern. Book chapter. ISBN: 978-9957-67-066-5. https://researchgate.net/publication/330502074_New_Islamic_Pattern.pdf